66-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados III rato 12 klasės eksperimentinės užduoties sprendimas

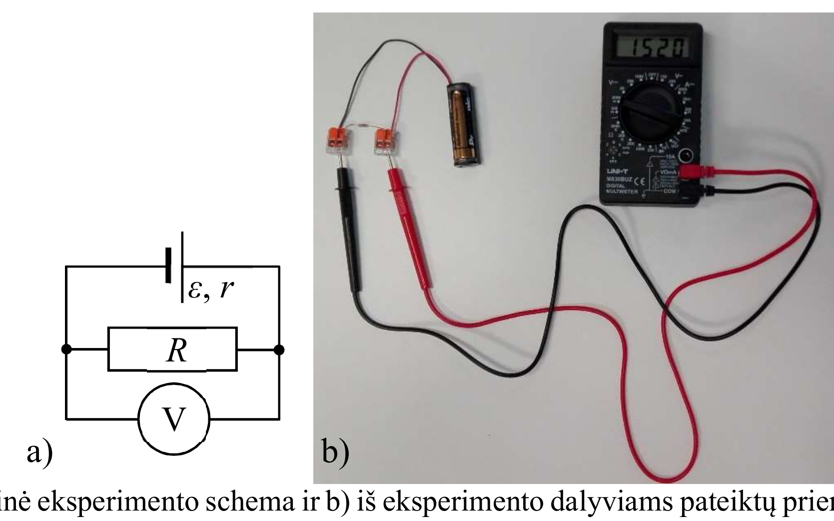
Užduotis:
Dviem grafiniais būdais nustatyti srovės elemento parametrus. Sprendimus pagrįsti atitinkamomis analizinėmis išraiškomis.
1 būdas. Išmatuoti įtampos, tenkančios apkrovos varžai R, priklausomybę nuo varžos R. Parinkus tinkamas ašių skales iš grafinės tiesinės priklausomybės nustatyti srovės elemento elektrovarą ε ir vidinę varžą r.
2 būdas. Išmatuoti apkrovos varžoje R išsiskiriančios galios priklausomybę nuo apkrovos varžos R. Nubrėžti grafiką ir iš jo nustatyti srovės šaltinio vidinę varžą r.

Priemonės:
Multimetras, srovės elementas, aštuoni skirtingos varžos rezistoriai, dvi universalios laidų jungtys, du lapai milimetrinio popieriaus.

Pastabos:
1. Ardyti srovės elementą griežtai draudžiama. Elementą grąžinus organizatoriams su pažeistu įpakavimu, darbas vertinamas 0 (nuliu) balų.
2. Matuojant multimetru, laidai prijungiami prie dviejų apatinių multimetro lizdų (COM ir VΩmA). Įtampos matavimo režimas multimetre pažymėtas raide V⎓ (intervalai nuo 200 mV iki 1000 V, voltmetro varžą galima laikyti begaline), srovės matavimo režimas – raide A⎓ (nuo 2000 μA iki 200 mA, ampermetro varžą galima laikyti nuline), varžos matavimo režimas – raide Ω (nuo 200 Ω iki 2000 kΩ).

Sprendimas:
Iš pradžių multimetrą nustatome ommetro režimu ir išmatuojame visų aštuonių rezistorių varžas. Nominalios eksperimento metu pateiktų rezistorių varžos yra tokios: 10 Ω, 22 Ω, 56 Ω, 100 Ω, 150 Ω, 270 Ω, 390 Ω ir 560 Ω. (2 taškai)

Sujungiame 1 pav. pavaizduotą elektros grandinę. Jame ε ir r yra pažymėta srovės elemento elektrovara ir vidinė varža, R – vieno iš rezistorių varža, V žymimas voltmetras. Multimetrą nustatome voltmetro režimu ir, keisdami varžas R, išmatuojame skirtingas įtampas U. (2 taškai)



1 pav. a) elektrinė eksperimento schema ir b) iš eksperimento dalyviams pateiktų priemonių sujungtos elektrinės grandinės nuotrauka. (2 taškai)

1 būdas:
Kadangi voltmetro varža yra begalinė, juo srovė neteka. Srovė, tekanti likusia grandine, nusakoma Omo dėsniu uždarai grandinei:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}. \qquad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Tada įtampa, tenkanti apkrovos varžai ir matuojama voltmetru, yra:

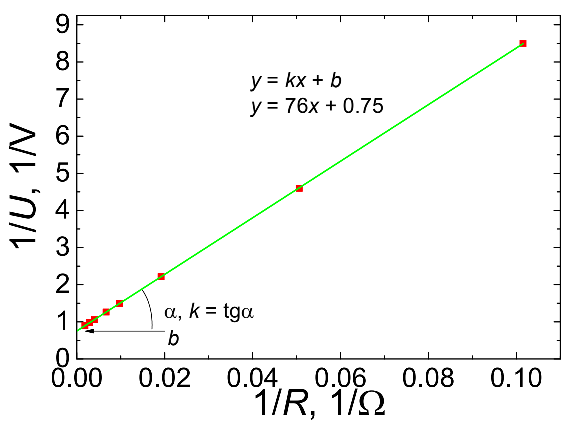
$$U = \frac{\varepsilon R}{r+R}. \qquad (2)$$

Pertvarkome (2) lygtį į tokį pavidalą:

$$\frac{1}{U} = \frac{r+R}{\varepsilon R} = \frac{r}{\varepsilon R} + \frac{1}{\varepsilon}. \qquad (3) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Pastebime, kad (3) atitinka tiesinę lygtį $y = kx + b$, kurios kintamieji $y = \frac{1}{U}$ ir $x = \frac{1}{R}$, tiesės polinkio koeficientas $k = \frac{r}{\varepsilon}$, o laisvasis narys $b = \frac{1}{\varepsilon}$.

Išmatuotus duomenis atvaizduojame kaip funkciją $\frac{1}{U} = f\left(\frac{1}{R}\right)$.



(2 taškai)

2 pav. Funkcijos $1/U = f\left(1/R\right)$ grafikas.

Per išmatuotus taškus nubrėžę tiesę (žr. 2 pav.), galime nustatyti tiesinės lygties koeficientus *k* ir *b*, o iš jų – srovės šaltinio elektrovarą ir vidinę varžą:

$$\varepsilon = \frac{1}{b}, \qquad (4) \qquad \text{(1 taškas)}$$

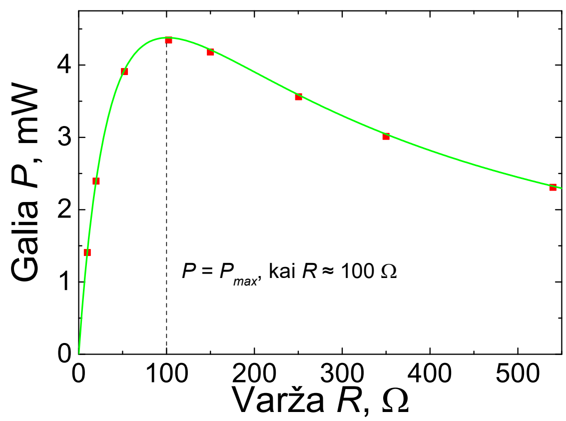
$$r = \frac{k}{b}. \qquad (5) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Apskaičiavę, gauname: ε = 1,33 V, r = 101 Ω.

2 būdas:
Apkrovos varžoje išsiskirianti elektrinė galia yra:

$$P = UI = \frac{U^2}{R}. \qquad (6) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Apskaičiuojame P kiekvienam iš išmatuotų rezistorių ir atvaizduojame rezultatus kaip funkciją $P = f(R)$.



(2 taškai)

3 pav. Apkrovos varžoje išsiskiriančios elektrinės galios priklausomybė nuo apkrovos varžos.

Iš 3 pav. esančio grafiko matome, kad didžiausia galia išsiskiria, kai $R \approx 100\ \Omega \approx r$. Šį teiginį galima įrodyti analitiškai. Į (6) išraišką įstatę (2) lygtį, gauname:

$$P = \left(\frac{\varepsilon R}{r+R}\right)^2 \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2}. \tag{7}$$

Didžiausia funkcijos vertė bus ten, kur jos išvestinė lygi nuliui. Suradę funkcijos $P = f(R)$ išvestinę naudodamiesi daugybos taisykle $(fg)' = f'g + fg'$ ir rezultatą prilyginę nuliui, gauname:

$$P' = \left(\frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2}\right)' \cdot R + \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} \cdot R' = \varepsilon^2 \frac{-2}{(r+R)^3} \cdot R + \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} \cdot 1 = \varepsilon^2 \frac{-2R + (r+R)}{(r+R)^3} =$$

$$= \frac{\varepsilon^2 (r-R)}{(r+R)^3} = 0 \quad \Rightarrow \quad R = r \approx 100\,\Omega.$$

(3+1=4 taškai)

Matome, kad tiek grafiškai, tiek analitiškai surastas sprendinys sutampa.